



FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

GRADO EN FÍSICA curso 2023-24



Ficha de Trabajo de Fin de Grado

Departamento:	Física Teórica	
Título:	Teorías de campos conformes y gravedad holográfica	
Title:	Conformal Field Theories and Holographic Gravity	
Supervisor/es:	Francesco Aprile	
E-mail supervisor/es	faprile@ucm.es	
Número de plazas:	2	
Asignación de TFG:	Selección directa <input checked="" type="checkbox"/>	Selección por expediente <input type="checkbox"/>

Objetivos:

El estudio de teorías de campo conformes es fundamental en la física teórica, por ejemplo, en la clasificación de fenómenos críticos y puntos fijos del grupo de renormalización. En este trabajo el/la estudiante empezará un camino gradual de conocimiento de las teorías conformes, hasta llegar a la conexión con teorías de gravedad en espacio AdS y sus aplicaciones en la física teórica contemporánea. Este camino se desarrollará en varias etapas, comenzando por la revisión bibliográfica de artículos científicos introductorio y de ejercicios teóricos focalizados, terminando con la discusión sobre cuestiones más avanzadas de análisis de funciones de correlación y sus propiedades en diferentes regímenes.

Metodología:

Se facilitará al estudiante acceso a la bibliografía relevante. Habrá reuniones periódicas con el supervisor, que paso a paso asignará los objetivos intermedios a realizar. La realización de estos puede necesitar el uso de programación de cálculo simbólico y numérico, por ejemplo en Mathematica. También se instruirá el/la estudiante sobre esto. Se recomienda estrictamente haber cursado o estar cursando “Campos Cuánticos” y “Relatividad General y Gravitación”.

Bibliografía:

- J.Penedones, “TASI lectures on AdS/CFT” , e-Print 1608.04948 [hep-th]

- D.Poland, S.Rychkov, A.Vichi, "The Conformal Bootstrap: Theory, Numerical Techniques, and Applications", *Rev.Mod.Phys.* 91 (2019) 015002, e-Print: 1805.04405 [hep-th]
- Carl M. Bender, S. Orszag, *Advanced Mathematical Methods for Scientists and Engineers: Asymptotic Methods and Perturbation Theory*, Springer, 1999



FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

GRADO EN FÍSICA curso 2023-24



Ficha de Trabajo de Fin de Grado

Departamento:	Física Teórica
Título:	Soluciones numéricas en teorías clásicas de campos: vórtices y solitones
Title:	Numerical solutions in Classical Field Theories: vortices and solitons
Supervisor/es:	Francisco Navarro Lérica
E-mail supervisor/es	fnavarro@ucm.es
Número de plazas:	1
Asignación de TFG:	Selección directa <input checked="" type="checkbox"/> Selección por expediente <input type="checkbox"/>

Objetivos:

- Familiarización del alumno con los métodos numéricos empleados en la búsqueda de soluciones en teorías clásicas de campos.
- Estudio de la influencia de las condiciones de frontera en las propiedades de las soluciones.
- Análisis de las propiedades físicas a partir de los datos numéricos.

Metodología:

- Estudio de las referencias y la bibliografía básicas.
- Obtención variacional de las ecuaciones de campo en una teoría a partir de su densidad lagrangiana. Imposición de simetrías para su simplificación. Es recomendable tener conocimientos de Maple o Mathematica.
- Aprendizaje de COLSYS/FIDISOL para la resolución numérica de ecuaciones de campo. Es recomendable tener conocimientos de Fortran.
- Elaboración de una memoria científica de los resultados obtenidos.
- Se recomienda haber cursado o estar cursando "Electrodinámica Clásica".

Bibliografía:

- A. Jaffe and C. Taubes, Vortices and monopoles: structure of static gauge theories (1980).
- V. Rubakov, Classical theory of gauge fields (2002).

- U. Ascher, J. Christiansen, and R. D. Russell, *Mathematics of Computation* **33**, 659 (1979).
- H.B. Nielsen and P. Olesen, *Nucl. Phys.* **B61**, 45 (1973).
- G. 't Hooft, *Nucl. Phys.* **B79**, 276 (1974).



FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

GRADO EN FÍSICA curso 2023-24



Ficha de Trabajo de Fin de Grado

Departamento:	Física Teórica
Título:	Introducción a la física de agujeros negros
Title:	Introduction to black hole physics
Supervisor/es:	Diego Rubiera García
E-mail supervisor/es	drubiera@ucm.es
Número de plazas:	3
Asignación de TFG:	Selección directa <input checked="" type="checkbox"/> Selección por expediente <input type="checkbox"/>

Objetivos:

- Digerir un conjunto de conocimientos básicos sobre las propiedades geométricas, físicas y observacionales más relevantes de los agujeros negros.
- Desarrollar en profundidad una temática especializada de agujeros negros.
- Conseguir una primera toma de contacto con los modos de investigación moderna.

Metodología:

- En una *primera fase* al estudiante se le proporcionará material propio del supervisor (200+ diapositivas) sobre la física básica de agujeros negros: soluciones clásicas, horizontes, geodésicas, soluciones dinámicas, colapso gravitacional, termodinámica/radiación Hawking, ondas gravitacionales, sombras, búsquedas observacionales, singularidades espacio-temporales, objetos exóticos...
- En una *segunda fase* el alumno escogerá a voluntad un tema de su interés, dentro de una amplia oferta, para profundizar en él, proporcionándosele material complementario. Dicha temática especializada constituirá el núcleo del TFG final.
- Se fomentará la creatividad, independencia y originalidad del alumno, así como la adecuación de la escritura de su TFG a los estándares de investigación moderna.
- El alumno dispondrá de interacción a demanda con su supervisor.

Bibliografía:

- M. Hobson, "General Relativity" (libro básico para la primera fase).
- T. Ortin, "Gravity and Strings" (temas 7 y 8).
- R. M. Wald, "General Relativity".
- T. Padmanabhan, "Gravitation. Foundations and Frontiers".



FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

GRADO EN FÍSICA curso 2023-24



Ficha de Trabajo de Fin de Grado

Departamento:	Física Teórica	
Título:	La relatividad general como teoría gauge	
Title:	General relativity as a gauge theory	
Supervisor/es:	Fernando Ruiz Ruiz	
E-mail supervisor/es	ferruiz@ucm.es	
Número de plazas:	1	
Asignación de TFG:	Selección directa <input checked="" type="checkbox"/>	Selección por expediente <input type="checkbox"/>

Objetivos:

Entender la formulación de la relatividad general como una teoría gauge local.

Metodología:

Se pretende que el alumno sea capaz de forma autónoma de estudiar, entender y reproducir conocimientos propios del tema, entre los que cabe mencionar el vierbein, la conexión de spin, la torsión o el acoplamiento de gravedad a fermiones.S

Bibliografía:

- M. Göckeler, T. Schücker: Differential geometry, gauge theories, and gravity, Cambridge University Press (Cambridge 1989).
- D.H. Sattinger and O.L. Weaver: Lie Groups and algebras with applications to physics, geometry, and mechanics, Springer-Verlag (Heidelberg 1986).
- R.T. Hammond: Torsion gravity, Rep. Prog. Phys. 65 (2002) 599.



FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

GRADO EN FÍSICA curso 2023-24



Ficha de Trabajo de Fin de Grado

Departamento:	Física Teórica
Título:	Términos de frontera en relatividad general
Title:	Boundary terms in general relativity
Supervisor/es:	Fernando Ruiz Ruiz
E-mail supervisor/es	ferruiz@ucm.es
Número de plazas:	1
Asignación de TFG:	Selección directa <input checked="" type="checkbox"/> Selección por expediente <input type="checkbox"/>

Objetivos:

Entender la importancia y alguna aplicación en teorías de gravedad de los términos de frontera.

Metodología:

Se pretende que el alumno sea capaz de forma autónoma de estudiar, entender y reproducir conocimientos propios del tema, entre los que cabe mencionar la descomposición ADM, los desarrollos asintóticos, los principios variacionales y el término de Gibbons-Hawking-York.

Bibliografía:

G.W. Gibbons, S. Hawking: "Action integrals and partition functions in quantum gravity", Phys. Rev, **D15** (1977) 2752 [doi : 10.1103 / PhysRevD.15.2752].

J.W. York: "Role of Conformal Three-Geometry in the Dynamics of Gravitation", Phys. Rev. Lett. **28** (1972) 1082 [doi : 10.1103 / PhysRevLett.28.1082].

M. Bojowald: "Canonical gravity and applications", Cambridge University Press (Cambridge 2011).



FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

GRADO EN FÍSICA curso 2023-24



Ficha de Trabajo de Fin de Grado

Departamento:	Física Teórica	
Título:	El teorema de Lindermann-Weierstrass	
Title:	The Lindermann-Weierstrass theorem	
Supervisor/es:	María Jesús Rodríguez Plaza	
E-mail supervisor/es	mjrplaza@ucm.es	
Número de plazas:	2	
Asignación de TFG:	Selección directa <input checked="" type="checkbox"/>	Selección por expediente <input type="checkbox"/>

Objetivos:

El teorema de Lindermann-Weierstrass (sugerido y esbozado por el primero, probado en detalle por el segundo) es un teorema que dice cuándo una combinación lineal de exponenciales de números es igual a cero. Lo es en sólo tres casos, uno de ellos relacionado con la trascendencia de los coeficientes/exponentes de la combinación lineal. Como corolario del teorema se demuestra muy fácilmente que e y π son trascendentes (algo que se sabía años antes, pero a lo que se había llegado con mucho más trabajo). Se trata de entender la demostración del teorema y los resultados sobre trascendencia que de él se obtienen.

Metodología:

Tras leer unas referencias el alumno será capaz de entender y reproducir, ayudándose de programas de manipulación algebraica, la demostración del teorema, que requiere conocimientos de la teoría de polinomios, de polinomios simétricos e integrales destacadas.

Bibliografía:

A. Baker, *Transcendental Number Theory*, Cambridge University Press, 1975.
Steinberg, R y Redheffer, R.M, *Analytic Proof of the Lindermann Theorem*
Pacific J. of Math., **2** (1952) 231-242.



FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

GRADO EN FÍSICA curso 2023-24



Ficha de Trabajo de Fin de Grado

Departamento:	Física Teórica
Título:	Perturbaciones de objetos compactos en teorías alternativas de gravedad: agujeros negros, estrellas de neutrones y agujeros de gusano
Title:	Perturbations of compact objects in alternative theories of gravity: black holes, neutron stars and wormholes
Supervisor/es:	José Luis Blázquez Salcedo, Manuel González Romero
E-mail supervisor/es	jlblaz01@ucm.es , mgromero@ucm.es
Número de plazas:	1
Asignación de TFG:	Selección directa <input checked="" type="checkbox"/> Selección por expediente <input type="checkbox"/>

Objetivos:

Con la detección de ondas gravitatorias por la colaboración LIGO/VIRGO se ha iniciado una nueva edad dorada en el estudio de objetos compactos y gravitación. Eventos como la colisión de agujeros negros o estrellas de neutrones, ya son observables. Estos fenómenos emiten ondas gravitacionales que presentan distintas fases.

Con este trabajo se persigue introducir al alumno en el estudio teórico de las ondas gravitacionales emitidas por objetos compactos, en particular en la fase final de la onda conocida como "ringdown". Esta fase se caracteriza por un espectro de frecuencias y tiempos de decaimiento que se puede estudiar, desde el punto de vista teórico, utilizando teoría de perturbaciones y analizando los modos cuasinormales. En teorías alternativas de la gravedad, este espectro puede ser diferente al predicho por la teoría de la Relatividad General, y la comparación de las predicciones teóricas con las futuras detecciones puede ser de gran valor a la hora de constreñir o testear una teoría alternativa.

El objetivo del trabajo es aprender a utilizar las herramientas perturbativas necesarias para analizar los modos cuasinormales, y aplicarlo en el contexto de teorías alternativas de la gravedad.

Metodología:

Cada estudiante se concentrará en una clase de objetos diferente: agujeros negros, estrellas de neutrones, agujeros de gusano, etc.

Se empezará con un estudio de las perturbaciones no-radiales de configuraciones con simetría esférica y estáticas en Relatividad General. Posteriormente se generalizará a configuraciones en teorías alternativas, donde principalmente nos enfocaremos a teorías que introducen campos escalares adicionales. Se estudiarán perturbaciones gravitatorias, electromagnéticas y escalares.

Una vez obtenidas las perturbaciones, se procederá a su estudio con técnicas semi-analíticas y numéricas. Se analizarán las diferentes componentes del espectro de modos cuasinormales, la frecuencia de oscilación y tiempo de decaimiento de las perturbaciones, su desviación con respecto a los valores predichos por Relatividad General, estabilidad, etc.

Se recomienda haber cursado la asignatura de *Relatividad General*.

Bibliografía:

-) "Gravitation". C.W. Misner, K.S. Thorne, J.A. Wheeler; Princeton University Press (1974). ISBN 978-0-7167-0344-0.

-) "Quasi-Normal Modes of Stars and Black Holes". K.D. Kokkotas, B.G. Schmidt, Living Rev. Relativ. 2, 2 (1999). <https://doi.org/10.12942/lrr-1999-2>

-) "Quasinormal modes of black holes and black branes". E. Berti, V. Cardoso, A. O. Starinets, Class.Quant.Grav. 26, 163001 (2009). arXiv:0905.2975 [gr-qc]

-) "Quasinormal modes of black holes: from astrophysics to string theory". R. Konoplya, A. Zidenko, Rev.Mod.Phys.83:793-836 (2011). arXiv:1102.4014 [gr-qc]

-) "Quasinormal modes of compact objects in alternative theories of gravity" J.L. Blázquez-Salcedo, Z.A. Motahar, D.D. Doneva, F.S. Khoo, J. Kunz, S. Mojica, K.V. Staykov, S.S. Yazadjiev, Eur. Phys. J. Plus 134: 46 (2019). arXiv:1810.09432 [gr-qc]



FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

GRADO EN FÍSICA curso 2023-24



Ficha de Trabajo de Fin de Grado

Departamento:	Física Teórica
Título:	Perturbaciones de objetos compactos en teorías alternativas de gravedad: agujeros negros, estrellas de neutrones y agujeros de gusano
Title:	Perturbations of compact objects in alternative theories of gravity: black holes, neutron stars and wormholes
Supervisor/es:	José Luis Blázquez Salcedo
E-mail supervisor/es	jlblaz01@ucm.es
Número de plazas:	1
Asignación de TFG:	Selección directa <input checked="" type="checkbox"/> Selección por expediente <input type="checkbox"/>

Objetivos:

Con la detección de ondas gravitatorias por la colaboración LIGO/VIRGO se ha iniciado una nueva edad dorada en el estudio de objetos compactos y gravitación. Eventos como la colisión de agujeros negros o estrellas de neutrones, ya son observables. Estos fenómenos emiten ondas gravitacionales que presentan distintas fases.

Con este trabajo se persigue introducir al alumno en el estudio teórico de las ondas gravitacionales emitidas por objetos compactos, en particular en la fase final de la onda conocida como “ringdown”. Esta fase se caracteriza por un espectro de frecuencias y tiempos de decaimiento que se puede estudiar, desde el punto de vista teórico, utilizando teoría de perturbaciones y analizando los modos cuasinormales. En teorías alternativas de la gravedad, este espectro puede ser diferente al predicho por la teoría de la Relatividad General, y la comparación de las predicciones teóricas con las futuras detecciones puede ser de gran valor a la hora de constreñir o testear una teoría alternativa.

El objetivo del trabajo es aprender a utilizar las herramientas perturbativas necesarias para analizar los modos cuasinormales, y aplicarlo en el contexto de teorías alternativas de la gravedad.

Metodología:

El estudiante se concentrará en una clase de objetos: agujeros negros, estrellas de neutrones, agujeros de gusano, etc.

Se empezará con un estudio de las perturbaciones no-radiales de configuraciones con simetría esférica y estáticas en Relatividad General. Posteriormente se generalizará a configuraciones en teorías alternativas, donde principalmente nos enfocaremos a teorías que introducen campos escalares adicionales. Se estudiarán perturbaciones gravitatorias, electromagnéticas y escalares.

Una vez obtenidas las perturbaciones, se procederá a su estudio con técnicas semi-analíticas y numéricas. Se analizarán las diferentes componentes del espectro de modos cuasinormales, la frecuencia de oscilación y tiempo de decaimiento de las perturbaciones, su desviación con respecto a los valores predichos por Relatividad General, estabilidad, etc...

Se recomienda haber cursado la asignatura de *Relatividad General*.

Bibliografía:

-) "Gravitation". C.W. Misner, K.S. Thorne, J.A. Wheeler; Princeton University Press (1974). ISBN 978-0-7167-0344-0.

-) "Quasi-Normal Modes of Stars and Black Holes". K.D. Kokkotas, B.G. Schmidt, Living Rev. Relativ. 2, 2 (1999). <https://doi.org/10.12942/lrr-1999-2>

-) "Quasinormal modes of black holes and black branes". E. Berti, V. Cardoso, A. O. Starinets, Class.Quant.Grav. 26, 163001 (2009). arXiv:0905.2975 [gr-qc]

-) "Quasinormal modes of black holes: from astrophysics to string theory". R. Konoplya, A. Zidenko, Rev.Mod.Phys.83:793-836 (2011). arXiv:1102.4014 [gr-qc]

-) "Quasinormal modes of compact objects in alternative theories of gravity" J.L. Blázquez-Salcedo, Z.A. Motahar, D.D. Doneva, F.S. Khoo, J. Kunz, S. Mojica, K.V. Staykov, S.S. Yazadjiev, Eur. Phys. J. Plus 134: 46 (2019). arXiv:1810.09432 [gr-qc]



FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

GRADO EN FÍSICA curso 2023-24



Ficha de Trabajo de Fin de Grado

Departamento:	Física teórica
Título:	Estudio del impacto de los datos de colisiones en el LHC sobre las funciones de distribución partónicas
Title:	Study of the data impact from collisions at the LHC on parton distribution functions
Supervisor/es:	María Pía Zurita Silvestro
E-mail supervisor/es	marzurit@ucm.es
Número de plazas:	1
Asignación de TFG:	Selección directa <input checked="" type="checkbox"/> Selección por expediente <input type="checkbox"/>

Objetivos:

- Familiarizarse con las bases de datos de experimentos de altas energías.
- Calcular, usando códigos públicos, distintos observables medidos en colisiones en el LHC.
- Analizar el efecto de incluir los datos de experimentos de altas energías en las funciones de distribución partónicas mediante el uso de métodos estadísticos.

Metodología:

El alumno/la alumna se familiarizará con el problema a través de la lectura y estudio de artículos científicos relacionados con los objetivos propuestos. Para ello se le facilitará el acceso a la bibliografía relevante. El trabajo incluirá el uso de software específico y el desarrollo de código para la implementación del código de re-weighting.

Bibliografía:

- W. T. Giele, S. Keller, "Implications of hadron collider observables on parton distribution function uncertainties", Phys.Rev.D 58 (1998) 094023.
- NNPDF Collaboration, "Rewighting NNPDFs: the W lepton asymmetry", Nucl.Phys.B 849 (2011) 112-143.

- H. Paukkunen, P. Zurita, "PDF reweighting in the Hessian matrix approach", JHEP 12 (2014) 100.
- N. Armesto, H. Paukkunen, J. M. Penín, C. A. Salgado, P. Zurita, "An analysis of the impact of LHC Run I proton–lead data on nuclear parton densities", Eur.Phys.J.C 76 (2016) 4, 218.
- I. Helenius, M. Walt, W. Vogelsang, "NNLO nuclear parton distribution functions with electroweak-boson production data from the LHC", Published in: Phys.Rev.D 105 (2022) 9, 9.



FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

GRADO EN FÍSICA curso 2023-24



Ficha de Trabajo de Fin de Grado

Departamento:	Física Teórica	
Título:	Simetría y reducción en sistemas lagrangianos clásicos	
Title:	Symmetry and reduction in classical Lagrangian systems	
Supervisor/es:	Miguel Ángel Rodríguez González, Piergiulio Tempesta	
E-mail supervisor/es	rodrigue@ucm.es, p.tempesta@fis.ucm.es	
Número de plazas:	1	
Asignación de TFG:	Selección directa <input checked="" type="checkbox"/>	Selección por expediente <input type="checkbox"/>

Objetivos:

Estudio de la reducción por simetría en sistemas lagrangianos clásicos.

Metodología:

Estudio de artículos de introducción al tema.

Estudio de trabajos relativos a un modelo concreto.

Discusión de los resultados obtenidos y posibles nuevos resultados.

Bibliografía:

J.F. Cariñena, J. Clemente-Gallardo, G. Marmo: Reduction procedures in classical and quantum mechanics. *Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys.* **4** 1363 (2007)

H. Cendra. J.E. Marsden, T. S. Ratiu: Lagrangian Reduction by Stages. *Mem. AMS* **152** 722 (2001)

J. Grabowski, G. Landi, G. Marmo, G. Vilasi: Generalized Reduction Procedure: Symplectic and Poisson Formalism, *Forts. Physik* **42** 393 (1994)

G. Landi, G. Marmo, G.Sparano, G. Vilasi: A generalized reduction procedure for dynamical systems. *Mod. Phys. Lett. A* **6** 3445 (1991)

J. Marsden, A. Weinstein: Reduction of symplectic manifolds with symmetry. Rep. Math. Phys. **5** 121 (1974)

M.A. Rodríguez, P. Tempesta, P. Winternitz: Reduction of superintegrable systems: The anisotropic harmonic oscillator. Phys. Rev. E **78** 046608 (2008)



FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

GRADO EN FÍSICA curso 2023-24



Ficha de Trabajo de Fin de Grado

Departamento:	Física Teórica
Título:	Agujeros Negros, Estrellas de Neutrones y Ondas Gravitacionales
Title:	Black Holes, Neutron Stars and Gravitational Waves
Supervisor/es:	Luis Manuel González Romero
E-mail supervisor/es	mgromero@ucm.es
Número de plazas:	1
Asignación de TFG:	Selección directa <input checked="" type="checkbox"/> Selección por expediente <input type="checkbox"/>

Objetivos:

El objetivo del trabajo es el estudio de las propiedades de los agujeros negros y/o las estrellas de neutrones y su descripción dentro de la teoría de la relatividad general o teorías alternativas.

El trabajo incluye la obtención de modelos numéricos con ordenador, utilizando un lenguaje de programación (Python, Julia, Matlab,...).

Las oscilaciones no radiales de los agujeros negros y las estrellas de neutrones pueden emitir ondas gravitacionales. El trabajo podría analizar las características de dichas ondas gravitacionales y su relación con las detecciones de ondas gravitacionales del observatorio LIGO.

Metodología:

Estudio de la bibliografía básica recomendada y utilización de programas de cálculo numérico y/o simbólico para la construcción de modelos.

Bibliografía:

1. J.B. Hartle, *Gravity. An Introduction to Einstein's General Relativity*, Addison Wesley, 2003.
2. B.F. Schutz, *A first course in general relativity*, Cambridge University Press, 2022.



FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

GRADO EN FÍSICA curso 2023-24



Ficha de Trabajo de Fin de Grado

Departamento:	Física Teórica
Título:	Integrabilidad y superintegrabilidad en sistemas hamiltonianos
Title:	Integrability and superintegrability in Hamiltonian systems
Supervisor/es:	Miguel Ángel Rodríguez González, Piergiulio Tempesta
E-mail supervisor/es	rodrigue@ucm.es, p.tempesta@fis.ucm.es
Número de plazas:	1
Asignación de TFG:	Selección directa <input type="checkbox"/> Selección por expediente <input checked="" type="checkbox"/>

Objetivos:

Estudio de sistemas superintegrables en mecánica clásica y cuántica. Desarrollo de un modelo completo, construcción de integrales primeras y simetrías. Estudio de las órbitas del sistema.

Metodología:

Estudio de artículos de introducción al tema.
Estudio de trabajos relativos al modelo concreto.
Discusión de los resultados obtenidos y posibles nuevos resultados.

Bibliografía:

W. Miller Jr, S. Post, P. Winternitz: Classical and quantum superintegrability with applications. *J. Phys. A: Math. Theor.* **46** 423001 (2013)
D. Reyes Nozaleda, P. Tempesta, G. Tondo: Classical multiseparable Hamiltonian systems, superintegrability and Haantjes geometry. *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* **104** (2022) 106021
M.A. Rodríguez, P. Tempesta: On higher-dimensional superintegrable systems: a new family of classical and quantum Hamiltonian models. *J. Phys. A: Math. Theor.* **55** 50LT01 (2022)
F. Tremblay, A.V. Turbiner, P. Winternitz: An infinite family of solvable and integrable quantum systems on a plane. *J. Phys. A: Math. Theor.* **42** 242001 (2009)