- 7-

PÉNDULO DE TORSIÓN

OBJETIVO.

Determinación del momento de inercia de una barra rectangular cuando gira con respecto a un eje perpendicular a su longitud que pasa por su centro de masas.

MATERIAL.

- Barra rectangular con orificios.
- Dos esferas iguales de masa conocida.
- Cronómetro.

FUNDAMENTO TEÓRICO.

El péndulo de torsión consiste en un objeto, en este caso una barra rectangular, suspendido de un hilo (alambre), que está unido a un punto fijo. Cuando se retuerce el hilo un cierto ángulo ϕ, la barra ejerce un par restaurador de momento *M*, que tiende a hacer girar el hilo en sentido contrario hasta su posición de equilibrio, proporcional al ángulo girado:

$$M = -K\phi \tag{1}$$

donde *K* es la constante de torsión del hilo.
Al dejar el sistema en libertad el movimiento del péndulo queda descrito por la ecuación que explica el giro de un sólido rígido sometido a un momento *M*:

$$M = I\alpha \tag{2}$$

siendo α la aceleración angular.

De las ecuaciones anteriores se llega a la ecuación del movimiento de la barra en el plano horizontal:

$$d^2\phi/dt^2 + (K/I)\phi = 0 \tag{3}$$

Este movimiento es armónico simple de frecuencia angular ω y periodo *T* dados por:

$$\omega = \sqrt{K/I} \quad , T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{I/K} \tag{4}$$

En este caso no hay que hacer una suposición inicial de ángulo pequeño como en el péndulo simple. La única condición que debe cumplir el ángulo girado es que no se supere el límite elástico del hilo.

Si se colocan sobre la barra y a la misma distancia del alambre, por ejemplo r_1, dos esferas de masa *m*, cambia el momento de inercia del sistema y por tanto varía el periodo del movimiento siendo ahora T_{int} :

$$T_{\text{int}} = 2\pi\sqrt{(I + I_1)/K} \tag{5}$$

siendo I_1 el momento de inercia de las esferas respecto al eje de rotación del sistema :

$$I_1 = 2\,m\,r_1^2 \tag{6}$$

De las ecuaciones (4) y (5) se puede eliminar *K*, obteniendo finalmente:

$$I = I_1\,T^2 / (T_{\text{int}}{}^2 - T^2) \tag{7}$$

MÉTODO.

1. Se gira la barra un cierto ángulo (el ángulo no debe ser muy grande pues no conocemos el límite elástico del hilo), alrededor del alambre como eje y se deja en libertad haciendo que gire en un plano horizontal. Se espera a que adquiera un movimiento uniforme y se cronometran **30 oscilaciones**. Se repite este proceso al menos cuatro veces. El valor medio de los tiempos medidos dividido por el número de oscilaciones nos da *T*.

2. Se colocan las esferas en los orificios más externos y se repite el proceso anterior obteniendo T_{ext}. Ídem con los orificios más internos determinando T_{int}.

DATOS: Masa de las esferas y distancia entre orificios. Si no están especificadas sus incertidumbres, tomar como incertidumbre en la masa, media o una unidad de la última cifra, y en la longitud la que tendría un calibre (1/20 mm).

RESULTADOS EXPERIMENTALES.

1. Construir una tabla con los cuatro valores de t, t_{ext} y t_{int}. Debajo de cada columna escribir el valor medio de los correspondientes tiempos, y la desviación típica. Hallar las correspondientes incertidumbres teniendo en cuenta la incertidumbre aleatoria y el error sistemático (precisión del cronómetro y tiempo estimado de respuesta del experimentador). Aplicar la expresión para medidas directas.

2. Expresar T, T_{ext} y T_{int} junto con sus incertidumbres absolutas y relativas, (recordar que $T = \dfrac{t}{numero\,de\,oscilaciones}$).

3. Calcular el momento de inercia de las esferas en los dos casos y las incertidumbres absoluta y relativa correspondientes. Tener en cuenta que se trata de una medida indirecta, que se determina a través de la medida de una longitud y de una masa, por tanto su incertidumbre viene determinada por la que tienen estas dos magnitudes. ¿En cual de los dos posiciones de las esferas la incertidumbre relativa es menor?

4. Cálculo del momento de inercia de la barra aplicando la relación (7) empleando T, T_{ext} e I_2. Idem para T, T_{int} e I_1. ¿Cual de los dos resultados del momento de inercia de la barra es más preciso? Dar como valor final de I la media ponderada de los dos resultados anteriores y la incertidumbre correspondiente.

5. Calcular el momento de inercia de la barra a partir de su masa y su longitud, considerándola como una varilla delgada: $I = \dfrac{1}{12}ML^2$, donde M es la masa de la varilla y L su longitud completa. Comparar el valor obtenido con el resultado del apartado anterior.

6. Obtener la constante de torsión del hilo, K, y su incertidumbre absoluta a partir del valor final de I y de T. Suponiendo que estas dos magnitudes tuvieran la misma incertidumbre relativa ¿Cual de las dos influye más en la precisión de K?

NOTAS: Expresar los resultados en el sistema S.I.